

## 【ノート】

## Jonesの数表の内挿法に関する一考察

Some Considerations on the Method of Interpolation of Jones' Tables

阿 部 頼 政\*

By Yorimasa ABE

## 1. はじめに

アスファルト舗装の構造設計は、これまで経験的、実験的な手法によって行われてきた。そして数多くの積み重ねにより各国独自の設計法が確立されつつある。しかし、これらの設計法に共通していえることは、新しい材料を使用した舗装や、過去に例のなかった構造を持つ舗装の設計に対してはきわめて無力であるということである。一方、世界的な骨材事情の悪化および交通量の増大は、何らかの形で新しい材料や新しい舗装構成の導入を要求している。

以上のような背景のもとに、応用範囲の広い理論的な設計法として最近特に注目されているものが、弾性理論による設計法である。これは舗装の各層を弾性体と仮定し、弾性理論によって路床上面に作用する垂直応力や舗装表面の変位などを求め、これらの計算値をもとに舗装を設計しようとするものである。弾性理論による計算は一般にかなり複雑であるが、1943年Burmister<sup>1)</sup>が2層構造における表面変位の利用しやすい図表を公表して以来、多くの研究者によって数表・図表・近似計算法が次々と発表され、現在では2層構造、3層構造に関しては直接計算を行わずにこれらの数表・図表などを利用して近似値を求めることができる。一方、厳密解による電子計算機用のプログラムもいくつか開発されているが、一般の舗装技術者がこれを利用する機会はきわめて少なく、数表・図表などによる計算によって舗装における弾性理論の適用性が検討されている現状である。

数表・図表などを利用した計算(以下簡易計算と略す)において最も大きな問題となるのは、誤差がどの程度かということおよび内挿をいかにするかということであろう。アスファルト舗装は一般に表層・路盤・路床からなる3層構造として計算されることが多いが、この計算に最も広く利用されているのがJonesの数表<sup>2)</sup>およびこれをもとにしたPeattieの図表<sup>3)</sup>である。3層構造ではパラメーターが4個あり、内挿が複雑である一方、パラメ

\* 正会員 工博 日本大学講師 理工学部土木工学科

ーターに与えられた数値の間隔が広いため、内挿の適否によって計算値に大きな差がでることになる。

本論文は、Jonesの数表、Peattieの図表における簡単な内挿法を提案するとともに、これを含めた簡易計算の誤差を検討しようとするものである。

## 2. Jonesの数表とPeattieの図表について

3層構造の応力計算に必要な因子は表-1の各項目である。Jonesはこれをさらに整理して次のA, H, K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>にまとめている。

$$A = a/h_2 \dots\dots(1)$$

$$H = h_1/h_2 \dots\dots(2)$$

$$K_1 = E_1/E_2 \dots\dots(3)$$

$$K_2 = E_2/E_3 \dots\dots(4)$$

そして、これらのパラメーターがそれぞれ次のような値をとると

$$A = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, 3.2$$

$$H = 0.125, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0$$

$$K_1 = 0.2, 2.0, 20.0, 200.0$$

$$K_2 = 0.2, 2.0, 20.0, 200.0$$

Peattieはこれらの計算値をさらに利用しやすいように60枚の図にして発表している。Peattieが図化したのは、舗装設計で重要な因子とされている次のような応力係数(Stress Factor)とひずみ係数(Strain Factor)である。

ZZ1 …… 第1層、第2層の境界に作用する垂直応力係数

ZZ2 …… 第2層、第3層の境界に作用する垂直応力係数

RR1 …… 第1層の下面に生ずる半径方向(極座標表示)の垂直応力係数

$\frac{1}{2}$ (RR<sub>1</sub> - ZZ1) …… 第1層の下面に生ずる半径方向の引張ひずみ係数

表-1 応力計算に必要な因子

| 記号             | 記号の意味   |
|----------------|---------|
| a              | 載荷半径    |
| h <sub>1</sub> | 第1層の厚さ  |
| h <sub>2</sub> | 第2層の厚さ  |
| E <sub>1</sub> | 第1層の弾性率 |
| E <sub>2</sub> | 第2層の弾性率 |
| E <sub>3</sub> | 第3層の弾性率 |

これらの係数が定まれば表面に作用する外力と弾性率の簡単な乗除から応力とひずみが求められる。

Peattieの図では、(3)、(4)における $K_1$ 、 $K_2$ のそれぞれの組合せについて、 $A$ と $H$ の値がプロットされているため、任意の $A$ と $H$ に対応する係数を読みとることができる。しかし、 $K_1$ と $K_2$ が(3)、(4)以外の値をとる場合については内挿が必要となる。Peattieはこの内挿法として、 $K_1$ 、 $K_2$ のすべての組合せ(16個)について係数を読み、この読みとり値をもとにしてさらに2枚のグラフを書いて求める方法を提案している。この内挿法は原理が簡単で理解しやすいが、読みとりの数が多いこと、グラフを2枚書く必要があることなど非常に手間がかかることが欠点である。特に舗装設計では断面や材料を種々に変えて試算する機会が多いため簡単な内挿法が望まれている。

### 3. 内挿法の提案

著者の提案する内挿法は次のような手順と方法による。簡単のため $A=0.34$ 、 $H=0.5$ 、 $K_1=3.2$ 、 $K_2=11.8$ という条件でZZ2を求める場合を例にとるが、これは次章における計算の一例である。

(1)  $K_1=3.2$ 、 $K_2=11.8$ が間に含まれるような $K_1=2$ 、 $20$ 、 $K_2=2$ 、 $20$ のそれぞれについてPeattieの図表から $A$ 、 $H$ に相当する応力係数ZZ2を読む(表-2)。

表-2 ZZ2の読み

| $K_1 \backslash K_2$ | 2     | 20    |
|----------------------|-------|-------|
| 2                    | 0.040 | 0.030 |
| 20                   | 0.012 | 0.007 |

(2) 両対数グラフ紙上の縦軸にZZ2の読みおよび横軸に $K_1$ 、 $K_2$ をとる準備をする(図-1)。

(3)  $K_1=2$ 、 $K_2=2$ におけるZZ2の値 $m_1$ (2.2)をプロットする。横軸の値は2である。

(4)  $K_1=20$ 、 $K_2=2$ の $m_2$ (20, 2)および $K_1=2$ 、 $K_2=20$ の $m_3$ (2, 20)をそれぞれ横軸が20の線上にプロ

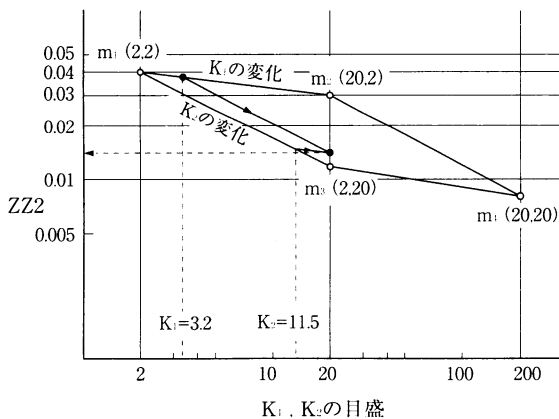


図-1 簡易内挿法

ットし、さらに、 $K_1=20$ 、 $K_2=20$ の $m_4$ (20, 20)を横軸が200の線上にプロットする。 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ 、 $m_4$ を直線で結ぶと図-1のような平行四辺形に近い図形ができる。

(5)  $m_1m_2$ の線上、3.2の点から $m_1m_3$ に平行線を引く。また、 $m_1m_3$ の線上11.5の点から $m_1m_2$ に平行線を引き、2本の平行線の交点におけるZZ2の値を読む。これが求める係数である。

以上の方法の特徴とするところは、横軸の決定法にある。すなわち、便宜上、2、20、200などの点を定めてあるが、これは単に相対的な位置を示すだけであり、プロットする場合は $m_1$ から $m_2$ 、 $m_3$ に移るときは横軸も2から20に移り、さらに $m_4$ に移るときは横軸も200の位置に移るのである。 $m_1$ に $K_1=0.2$ 、 $K_2=20$ をとるような場合も同じ操作でよい。これは、パラメーター $K_1$ 、 $K_2$ の値として0.2、2、20、200という特殊な値がとられているためであり、本方法はその特殊性を利用したものといえよう。なお、横軸として対数目盛があることは、 $K_1=3.2$ 、 $K_2=11.5$ の位置を正確に定める点で役立っている。

本方法によって任意の $K_1$ 、 $K_2$ に対応するZZ2が求められる理由は次のとおりである。すなわち、 $m_1m_2$ なる直線は $K_2$ が一定で $K_1$ が2から20に変化するときのZZ2の変化を示すものであり、 $m_1m_3$ なる直線は $K_1$ が一定で $K_2$ が2から20に変化するときのZZ2の変化を示すものである。したがって $K_1$ が3.2で $K_2$ が変化するときのZZ2の変化は $m_1m_3$ に平行な直線で近似でき、同様に $K_2$ が11.5で $K_1$ が変化する場合も $m_1m_2$ に平行な直線で近似できると考えられる。そして両直線の交点は $K_1=3.2$ 、 $K_2=11.5$ に相当するZZ2の値が与えるものと考えられるわけである。

本例では $m_2m_4$ 、 $m_3m_4$ の直線を使用しなかったが、 $K_1$ 、 $K_2$ の値が20に近い場合は、これらの直線を利用した方が近似度は良くなると思われる。

以上、著者の内挿法を示したが、本方法はPeattieの内挿法に比べ非常に簡単になっている。すなわち、図表から読みとる値はPeattieの16個に比べ4分の1の4個であり、読みとり値に基づいたグラフもPeattieの2枚に比べ1枚となっている。

### 4. 簡易計算法の誤差について

2層構造、3層構造の応力や表面変位に関する数表・図表・近似計算法は種々のものが発表されているが、わが国の舗装断面にこれらの計算法を適用した場合、厳密解との誤差がどの程度かということは明らかにされていない。弾性理論を舗装設計に利用するためには、これら

簡易計算法による誤差をある程度推定しておく必要がある。本章では、前章の内挿法による計算も含めて簡易計算法の誤差を検討する。

(1) 舗装断面の選定

計算の対象とする断面は、アスファルト舗装要綱の設計例とした。設計例では路床の設計CBRと設計輪荷重に応じて各層の厚さを示しているが、これを3層構造に換算し、また、2層構造としては路床上に直接アスファルト混合物層(厚さ $T_A$ )を舗設するフルデプス舗装構造を採用した。

(2) 計算値の数

設計CBRは2, 3, 4, 5, 6, 8, 10の7種, 設計輪荷重は3t, 5t, 8t, 12tの4種, アスファルト混合物の弾性率の仮定は10000kg/cm<sup>2</sup>, 60000kg/cm<sup>2</sup>の2種, CBRから路床の弾性率への換算は35CBRと110CBRの2種を採用した。したがって計算値の数はこの組合せであり112個となる。

(3) 計算方法

2層構造の路床上面に作用する垂直応力( $\sigma_z$ )と舗装表面の変位( $\omega_0$ )は三浦の数表<sup>4)</sup>を使用し、3層構造の $\sigma_z$ はPeattieの図表,  $\omega_0$ はNascimento<sup>5)</sup>の近似計算法を使用した。一方、以上の簡易計算と同様にそれぞれの場合についてCHEV-5Lのプログラムにより厳密解を求めた。すなわち、2層構造、3層構造それぞれの $\sigma_z$ ,  $\omega_0$ について厳密解、簡易計算112組のデータが得られた。

以上の計算には種々の仮定が含まれるが、誤差の検討には直接関係がないのでここでは省略する。計算の対象となった舗装断面の種類および弾性率の範囲は通常のアスファルト舗装におけるほとんどすべての場合を網羅しているといつてよからう。

簡易計算は、実験的に土木工学科の学生5人を選び卒業研究の一環として計算してもらった方法をとった。したがって簡易計算の誤差は、計算方法を習得したばかりの初心者の計算に含まれる誤差である。すなわち、次に検討する誤差の中には、簡易計算法そのものに含まれる誤差と同時に人為的なミスによる誤差も含まれていると考えられる。

計算結果は横軸に誤差(%), 縦軸に度数(%)をとり、図-2~図-5に示した。なお、誤差(%)は次の式によって求めたものである。

$$\text{誤差}(\%) = \left( \frac{\text{簡易計算値}}{\text{厳密解}} - 1 \right) \times 100 \dots\dots(5)$$

2層構造の $\sigma_z$ ,  $\omega_0$ は数表によったものであるが、いずれの場合も誤差がプラス側に出ている。この原因は不明であるが、全体として20%以内の誤差であり、特に $\omega_0$ の方は近似度がよい。

3層構造の $\sigma_z$ はPeattieの図表と3章に示した内挿法を使用したものであるが、図から読みとる作業が二重になるためか、誤差は広い範囲に分布する。しかし、20%

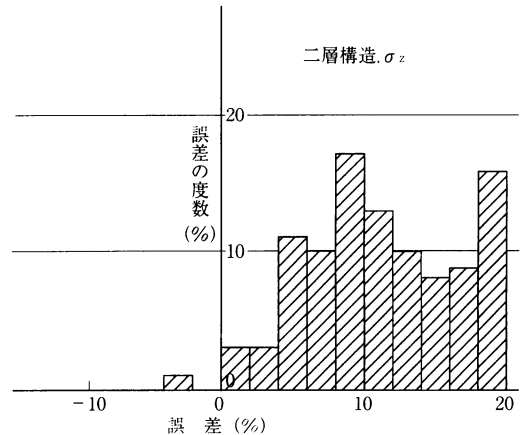


図-2 簡易計算の誤差(1)

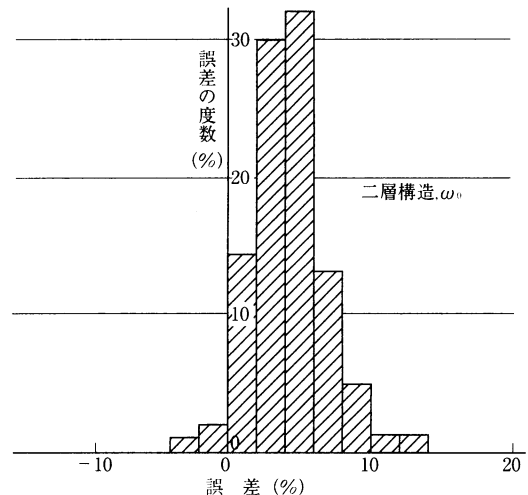


図-3 簡易計算の誤差(2)

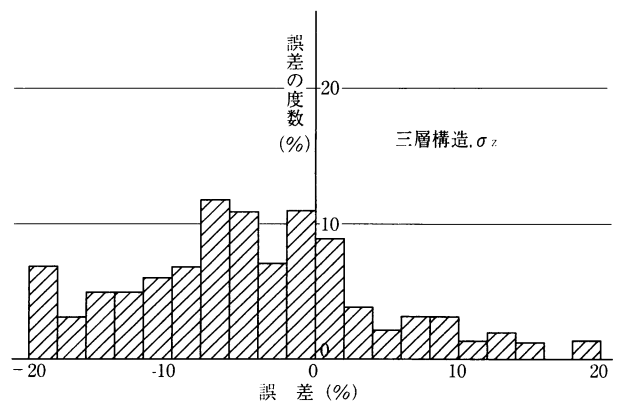


図-4 簡易計算の誤差(3)

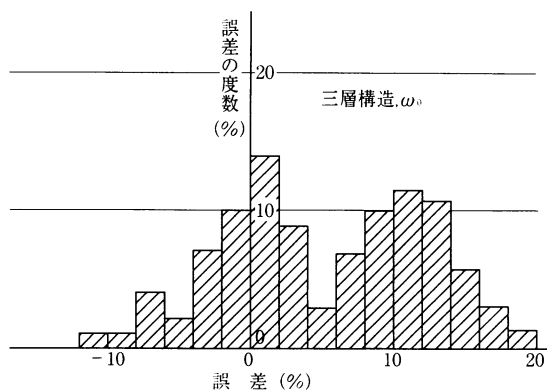


図-5 簡易計算の誤差 (4)

をこえるものはほとんどない。

3層構造の $\omega_0$ は、Nascimentoの方法によった。これは非常に近似度のよい方法といわれているが、それでも20%程度の誤差があらわれている。

以上、いずれの場合も簡易計算法の誤差は20%以内と結論できる。現在、この程度の誤差はあまり重要視されていない。

それは、他の因子（各層の弾性率など）の決定法が確立されていないためであるが、実際に舗装を設計する段階になれば、この20%という誤差はかなり大きな意味を持ってくると同時にその対策が必要になってくると考えられる。

## 5. む す び

Jonesの数表はアスファルト舗装の弾性理論による計算では最も広く使われているものであるが、パラメーターの数が多いこと、与えられた数値の幅が広いことなどから得られた結果の正確さがよく疑問視される。しかし、Peattieの図表を併用した著者の内挿法によれば、誤差は20%以内であり、これは2層構造などの簡易計算値に含まれる誤差とほとんど変わらない。なお、Peattieの図表を利用せずに、 $A$ と $H$ を求める段階にもこの内挿法を応用すればさらに近似はよくなると思われる。

### 参 考 文 献

- 1) Burmister D.M.: The Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems and Applications to the Design of Airport Runways, Proc. HRB, Vol. 23, pp. 126~148 (1943)
- 2) Jones A.: Tables of Stresses in Three-Layer Elastic Systems, HRB Bulletin 342, pp. 176~214 (1962)
- 3) Peattie K.R.: Stress and Strain Factors for Three-Layer Elastic Systems, HRB Bulletin 342, pp. 215~253 (1962)
- 4) 須田・佐藤: 複数円形等分布荷重による多層弾性体中の変位と応力の近似計算法, 港研資料 No. 146 (1972)
- 5) Nascimento U., J.M. Seguro, E. da Costa and SPinela: A Method of Designing Pavements for Road and Airport, Proc 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 2, pp. 283~288 (1961)

(1975.8.20・受付)