

# アスファルトの粘弾性

阿 部 頼 政 \*

## 1. はじめに

前回は、弾性体のヤング率と比較しながら粘度を説明した。したがって粘度についてはほぼ理解されたと思うが、アスファルトの場合、通常の粘性流体と異なり粘度だけで、その力学的性質を特徴づけることには無理がある。そもそも複合流動度のような指標をとらざるを得ないこと自体がそのあらわれと言ってよい。このような現象は、アスファルトに限らず多くの高分子材料に見られる性質であるが、これらの力学的特徴を説明する一方法として、粘弾性論がある。すなわち、これらの物質を粘性だけでなく弾性もあわせて持っているとし、解析する方法である。

今回は、この粘弾性論の考え方をごく簡単なモデルをもとに紹介したいと思う。

## 2. 粘弾性モデルの設定

現在、アスファルト混合物の解析等でさかんに活用されている理論は線形粘弾性論と呼ばれるもので、これから述べようとするモデルによる考察よりもさらに一歩進んだものであるが、それを理解する上でも、また粘弾性の現象をわかりやすくとらえるためにもモデルについて考えるのが一番早道であろうと思われる。

粘弾性モデルの要素は、フック弾性を示すバネ (図-1(a)) と、ニュートン粘性を示すダッシュポット (図-1(b)) の二つである。種々の粘弾性モデルは、これらの組合せによってつくられる。まずバネの方であるが、これは、バネの弾性率を  $E$  とし、歪を  $\varepsilon$  とすれば、応力  $\sigma$  は

$$\sigma = E \varepsilon \dots\dots\dots(1)$$

であらわされる。一方、ダッシュポットとは、はじめて聞く人も多いかと思うが、これは、油のような粘性の高い液体を満したシリンダーのなかをピストンが動くようなしかけであると思えばよい。すなわち、ダッシュポットにかかる応力を  $\sigma$ 、歪速度を  $\frac{d\varepsilon}{dt}$  ( $= \dot{\varepsilon}$ )、粘性率を

図-1 モデルの要素

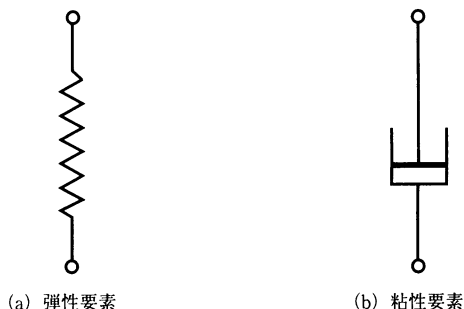
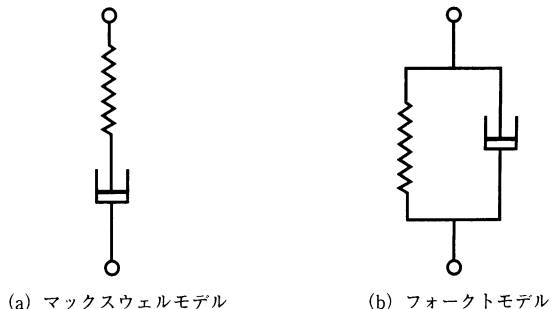


図-2 二要素のモデル



$\eta$  としたとき、次の式が成立するような仮定のしかけを考えるわけである。

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (= \eta \frac{d\varepsilon}{dt}) \dots\dots\dots(2)$$

ここで  $\sigma$ 、 $\varepsilon$ 、 $E$  等の記号を使用するのは、多少問題になるのであるが、読者にとってはこの記号の方がなじみ深いと思われるので、理解しやすいようにあえてそのまま進めることにする。

以上の二つの要素を組み合わせた最も単純なモデルは図-2(a)のような直列につないだものと、図-2(b)のように並列につないだものになる。前者は、マクスウェルモデル (Maxwell Model)、後者はフォークトモデル (Voigt Model) と呼ばれている。アスファルトのような実在の物質が、これらの簡単なモデルでその力学的性質を完全にあらわせるというわけにはいかないが、バネとダッシュポットで弾性と粘性をモデル化することにより、粘弾性論はいちじるしく発展してきたのである。その意味でも、基本的なマクスウェルモデルとフォークト

\* 日本大学理工学部 講師

モデルの特徴をはっきりと理解しておく必要がある。

### 3. マックスウエルモデル

#### (1) 一定歪を与えた場合

いま、図-3(a)のマックスウエルモデルに一定歪  $\varepsilon_0$  を急激に与えて、そのまま保つ場合を考えよう。ダッシュポットは一種の制動機であるから、この急激な歪にはついていけず、バネが伸びることにより瞬時的なつりあいをたもつ(b)。

すなわち(d)図において、歪  $\varepsilon_0$  を与えられた時刻  $t = 0$  で応力は瞬時的に  $\sigma_0 = E \varepsilon_0$  となる。その後、バネの張力によりダッシュポットが伸びはじめ、それに応じてバネにかかる応力はしだいに小さくなる。ダッシュポットの伸びる速度は応力に比例するため、応力が小さくなれば速度もゆっくりになる。したがってまたバネにかかる応力の減り方もゆっくりになる。この相互作用のくりかえしで応力は時間がたつにつれて限りなくゼロに近づいて行くわけである。この応力がしだいに(指数関数的に)減っていく現象が“応力緩和(stress relaxation)”と呼ばれるものである。

以上は、バネとダッシュポットをながめながら想像をまじえて考察したものであるが、次に数式から応力緩和の現象をとらえてみよう。前に示した弾性変形と粘性流動の式をもう一度書きなおすと、

$$\text{弾性変形} \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{粘性流動} \quad \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  はそれぞれバネとダッシュポットの変形量であるが、マックスウエルモデルの全変形量  $\varepsilon$  はこの二つの和としてあらわされる。すなわち

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

両辺を時間  $t$  で微分すると

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(3)式の両辺を  $t$  で微分すれば

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \quad \dots\dots\dots(7)$$

(4)と(7)を(6)に代入すると

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(8)式がマックスウエルの基礎方程式と呼ばれるものである、このように微分方程式の形で変形特性を書きあらわせるということは非常に学問体系の発達にとって重要なことであり、またモデルを仮定した意味もあるわけである。

これまで見てきた例のように、瞬時的に一定の変形を与えて、そのままその変形を保たせる場合は、時間によって全体の变形量は変化しないから  $\frac{d\varepsilon}{dt}$  はゼロである。

したがって(8)式は次のようになる。

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

これは、微分方程式のなかでも最も簡単な部類に属する同次線形方程式で、初期条件 ( $t = 0$  で  $\sigma = \sigma_0$ ) を考慮すれば(9)式の解は次のように与えられる。

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad \dots\dots\dots(10)$$

( $e$ は自然対数の底)

この式のあらわす  $\sigma$  と  $t$  の関係がすなわち図-3(d)の

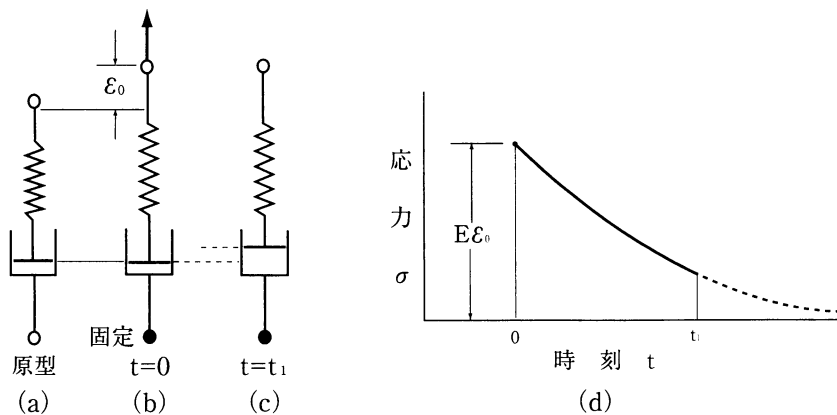
曲線となるわけである。ここで  $\frac{\eta}{E}$  を  $\tau_M$  と書くと

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau_M}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

いま、 $t = \tau_M$  とすると  $\sigma = \frac{1}{e} \sigma_0$  となり、応力は最初の  $\frac{1}{e}$  になる。すなわち  $\tau_M$  は応力が  $\frac{1}{e}$  になるまでの時間をあらわし、緩和時間(relaxation time)と呼ばれている。

ここで図-3(d)にもどり、時刻  $t_1$  で変形を与えていた外力をとりさった場合を考えてみる。バネは外力がなくなれば瞬時的にもとの長さにもどってしまう。しかし、ダッシュポットの方は流動がとまるだけであって、もうもとの状態に戻ること

図-3 マックスウエルモデルの応力緩和



はない。つまり変形したままの状態ですトップするわけである。これをエネルギーの面からみれば、変形を与えるために加えられた外力によるエネルギーは、ダッシュポットを動かした分だけ熱として消費されたことになる。

以上の考察をアスファルトにあてはめてみよう。常温または低温におけるアスファルトを想定してほしい。いま、このアスファルトを指で急激に押し一定量の変形を与えようとする、押した瞬間、固体のような反力が指にかかってくる。これが瞬間弾性に相当する。しかし一定量変形させて、それ以上押すのをやめれば、反力はほとんど指に感じられなくなる。つまり応力が緩和されたことを示す。さらにその後アスファルトから指をはなしてみると、へこみが残るはずである。これがモデルでのダッシュポットの変形に相当するわけである。

以上のように比較してみると、アスファルトはたしかにマックスウエルモデルであらわされるような現象を示すことがわかる。しかし、これはアスファルトの性質の一端であってマックスウエルモデルでアスファルトの力学的性質が全部書き表わせるということではない。

(2) 一定応力を与えた場合

マックスウエルモデルに一定の応力を与えた場合について簡単に考察してみよう。図-4(a)のモデルに  $t=0$  で応力  $\sigma_0$  を与え(b)、時刻  $t$  でこの応力をとり去ったとする。(b)の場合、直列であるからバネにもダッシュポットにも  $\sigma_0$  がかかるが、バネは瞬間的に  $\epsilon_0 (= \frac{\sigma_0}{E})$  だけ伸び、ダッシュポットは変形を示さない。しかし、その後ただちにダッシュポットの両端の伸びがはじまる。これは粘性流動であるから、変形は時間に比例して大きくなる。時刻  $t_1$  で応力が除去されると、バネはまたも

との長さにもどり、ダッシュポットは動かなくなる。以上の様子を  $\epsilon$  と  $t$  の関係で示せば図-4(d)のようになる。ここでもやはりダッシュポットの変形した  $\frac{1}{\eta} \sigma_0 t_1$  という量は永久変形として残ってしまう。

このような現象がアスファルトでも見られることは言うまでもなからう。

これまで急激に一定の応力や歪を与えた場合を考えてきたが、いずれにおいてもマックスウエルモデルは最初にバネの部分で瞬間的に弾性的な挙動をとった。これは瞬間弾性といわれ、マックスウエルモデルの特徴の一つになっている。これを数式から考察するために、基礎方程式をもう一度書いてみると

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \dots\dots\dots(8)$$

ここで瞬間的な変形の場合に、 $\frac{d\sigma}{dt}$  にくらべて  $\frac{\sigma}{\eta}$  が無視できるとすれば、(8)式は次のように書ける。

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \dots\dots\dots(12)$$

両辺を積分すると

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + C \quad (C \text{ は積分定数}) \dots\dots(13)$$

$\epsilon = 0$  のとき  $\sigma = 0$  を代入すると  $C = 0$  が得られる。したがって(13)式は次のようになる。

$$\sigma = E \epsilon \dots\dots\dots(14)$$

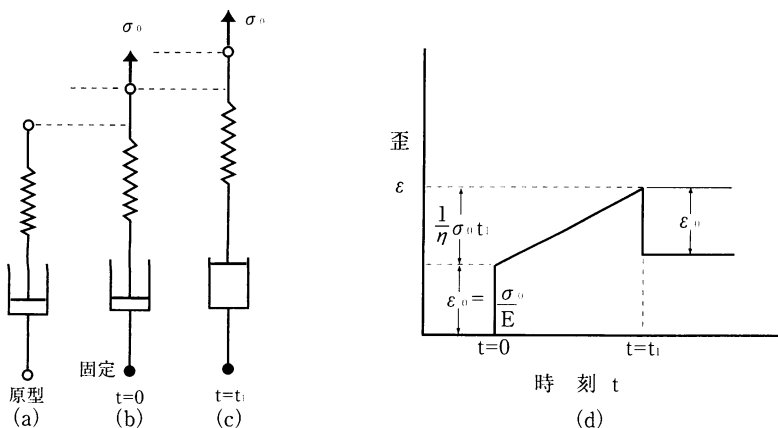
これはフックの法則である、つまり、急激な変形に対してはマックスウエルモデルは弾性体の挙動をするわけである。

逆に緩慢な変形に対してはどうであろうか。この場合は(8)式で  $\frac{d\sigma}{dt}$  が非常に小さく  $\frac{\sigma}{\eta}$  にくらべ無視できるとすれば、

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \dots\dots\dots(15)$$

となる。これは粘性流動のニュートンの法則である。つまり、緩慢な変形に対して、マックスウエルモデルは液体のような挙動をするわけである。この場合は応力をとりはずさない限り変形は無限に続く。これも瞬間弾性とならんでマックスウエルモデルの特徴と言える。

図-4 マックスウエルモデルの粘性流動



#### 4. フォークトモデル

(1) 一定応力を与えた場合

フォークトモデル(図-5(a))に一定応力を与えた場合をまず考えることにする。いま、時刻  $t = 0$  で一定の応力  $\sigma_0$  を加え、時刻  $t = t_1$  まで保って急に応力をとり去る。時刻  $t = 0$  で応力が

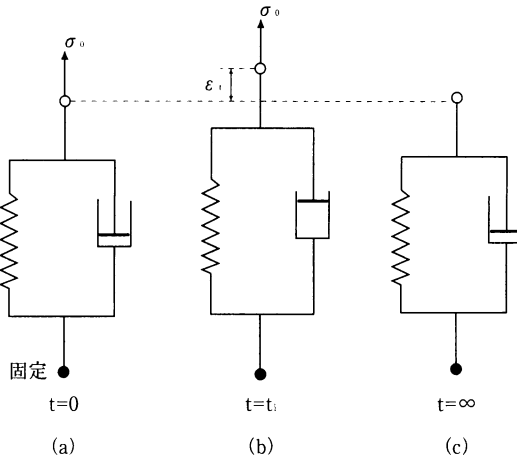
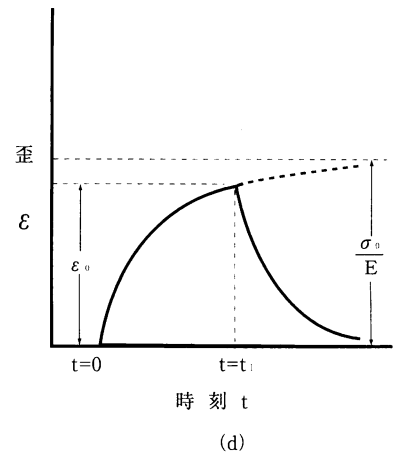


図-5 フォークトモデルのクリープ



びようとするが、ダッシュポットと並列につながれているため、ダッシュポットに制動され、マックスウエルモデルのように瞬間的な弾性変形をすることはできない。一方、ダッシュポットの方は、応力  $\sigma_0$  が加わった瞬間から  $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_0}{\eta}$  になる粘性流動を起そうとする。しかし、ダッシュポットが  $\Delta\varepsilon$  変形したときにはバネもそれにともなって伸びているため、応力の一部  $\sigma_1 = E \Delta\varepsilon$  は、バネが受け持つことになり、ダッシュポットにかかる応力  $\sigma_2$  は  $\sigma_0 - \sigma_1$  に減少し、したがって、またダッシュポットの伸びる速度も減少することになる。この相互作用をくり返していくと、 $\sigma_1$  はしだいに大きくなって  $\sigma_0$  に近づき、 $\sigma_2$  はしだいに小さくなってゼロに近づいていく。これにともなって、変形量  $\varepsilon$  は  $\frac{\sigma_0}{E}$  に限りなく漸近するわけである。この様子を、(d)に示した。次に時刻  $t_1$  で応力  $\sigma_0$  をとりざると、バネはそれまでに伸びた分だけでもとにもどろうとする。しかし、この場合もダッシュポットが制動機となり瞬間的に回復するわけにはいかない。前と同じような相互作用をくりかえしながら変形量は限りなくゼロに近づいて、無限時間後にもとの状態にもどることになる。

以上の経過のうちで、 $\sigma_0$  がかかっている場合の最終的な変形量はバネだけが  $\sigma_0$  を受け持ったときの変形量  $\frac{\sigma_0}{E}$  に等しく、 $\sigma_0$  を除去すれば最終的には変形量もゼロになることに注目してほしい。つまり、時間尺度を非常に長くすれば、マックスウエルモデルは弾性体と同じ挙動をするということである。ただ、ダッシュポットがあるためにある程度の時間的遅れを生ずるわけである。このような現象は瞬間弾性と比較して遅延弾性と呼ばれている。

次に基礎方程式からこれらの様子を考察してみよう。

フォークトモデルの場合、与えられた応力はバネとダッシュポットが分担して受け持つ。すなわち、それぞれの応力を  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  とすれば

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \dots\dots\dots(16)$$

また、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  はそれぞれ、フックの法則、ニュートンの法則にしたがうから、

$$\sigma_1 = E \varepsilon \dots\dots\dots(17)$$

$$\sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots(18)$$

(17)、(18)を(16)に代入すれば

$$\sigma = E \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots(19)$$

これがフォークトモデルの基礎方程式である。本例のように一定応力の場合は

$$\sigma_0 = E \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots(20)$$

と書いて、 $t = 0$  で  $\varepsilon = 0$  ゼロの場合、解は次のようになる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-\frac{E}{\eta} t}) \dots\dots\dots(21)$$

この式で  $t = 0$  を代入すると  $e^{-\frac{E}{\eta} t}$  が、1となり、 $\varepsilon = 0$  である。つまり応力をかけた瞬間には変形がおこらない。 $t = \infty$  を代入すると  $e^{-\frac{E}{\eta} t}$  がゼロとなり  $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E}$  が得られる。前にもモデルで考察したように無限時間たつてはじめて弾性変形が得られるわけである。(21)式のうち、 $\frac{\eta}{E}$  は緩和時間と対比して「遅延時間 (retardation time)」と呼ばれ、記号  $\tau_F$  であらわされる、これを代入すると(21)式は

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}}) \dots\dots\dots(22)$$

となる。このように一定応力のもとにおける歪の時間的変化は一般にクリープ (creep) と呼ばれている。マックスウエルモデルの最大の特徴が応力緩和にあったのに

対し、フォークトモデルの特徴はこのクリープで代表されるのである。

次に歪が  $\epsilon_1$  の状態からある瞬間に応力をとりのぞいてしまったとすると、(19)式に  $\sigma = 0$  を代入して

$$E \epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} = 0 \quad \dots\dots(23)$$

が得られる。これは(9)式と同じ形の微分方程式で解は

$$\epsilon = \epsilon_1 e^{-\frac{t}{\tau_F}} \quad \dots\dots(24)$$

となる。(なお、図-5(b)と一致させるためには、(24)式の  $t$  のかわりに  $t - t_1$  を代入すればよい) この場合も歪は瞬間的にもとにもどるのではなく、指数関数的に減少していき、無限時間後に消滅することはいうまでもない。これをクリープ回復 (creep recovery) と呼ぶ。

(2) 一定歪を与えた場合

フォークトモデルに一定の歪を与えようとしても、ダッシュポットが制動機の働きをするから、瞬間的に与えることは不可能である。つまりフォークトモデルは瞬間弾性を示さないのである。したがってまた応力緩和を考えることもできない。いま時刻  $t = 0$  で応力をかけ始め  $t = t_1$  で所定の歪  $\epsilon$  を得ようとするとき一定応力をかけた場合は図-5(d)の経過をたどる。時刻  $t = t_1$  以後、歪  $\epsilon_1$  を一定に保つとすれば、応力はバネによる  $E \epsilon_1$  だけであり、時刻によって変動しない。つまり、一定歪に対してはそれに対応する応力も一定となる。言いかえれば、完全弾性体の挙動をするのである。

以上、粘弾性モデルでは最も基本的なマックスウェルモデルとフォークトモデルの概要を説明した。応力や歪の条件を一定にしたのは簡単に考察できること、及び実

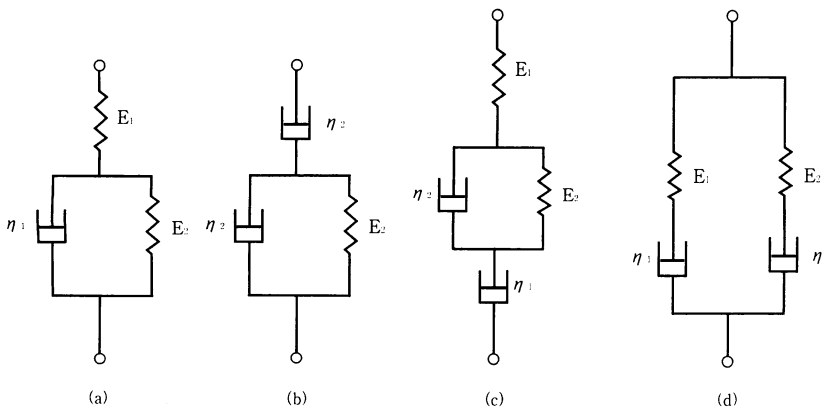
表-1 二要素モデルのまとめ

項目 \ 種類	マックスウェルモデル	フォークトモデル
E と $\eta$ の組合せ	直列	並列
基礎方程式	$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$	$\sigma = E \epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt}$
粘弾性の種類	液体的粘弾性	固体的粘弾性
一定応力歪	{ 瞬間弾性 応力緩和	{ 遅延弾性 クリープ
$\frac{\eta}{E}$	緩和時間 (= $\tau_M$ )	遅延時間 (= $\tau_F$ )

際に粘弾性材料に対する実験は一定歪における応力緩和と一定応力のもとでのクリープを調べるのが主流になっているためである。もっとくわしい挙動を知りたいければ、(8)(19)の基礎方程式を解いて考察すればよい。なお、マックスウェルモデルでは応力をとりさらにかぎり変形が限りなく続き、応力をとりさっても変形が回復しないので液体的粘弾性と呼ばれ、フォークトモデルは外力をとり除けばもとの状態にもどることから固体的粘弾性と呼ばれている。すなわち、前者は粘性流動的な粘弾性、後者は弾性変形的な粘弾性を示すということである。これまで考察してきた両モデルの要点を表-1にまとめて示した。頭の中をこれで整理されるとよいであろう。

さて、実在の粘弾性物質がこれらのモデルと完全に一致するかというと、答えは言うまでもなく「否」である。大部分の粘弾性物質はこれらのモデルの一方で説明できる一面を多少は持っているが、このような単純なモデルですべてを近似することはできない。我々が問題とするアスファルトも例外ではなく、マックスウェル的、フォークト的な性質を両方共持っていることが多くの研究者によって確かめられている。したがって、近似をよくするためにはさらに要素をふやし、三要素、四要素等のモデルが必要になるわけである。

図-6 三要素モデル(a)(b)と四要素モデル(c)(d)

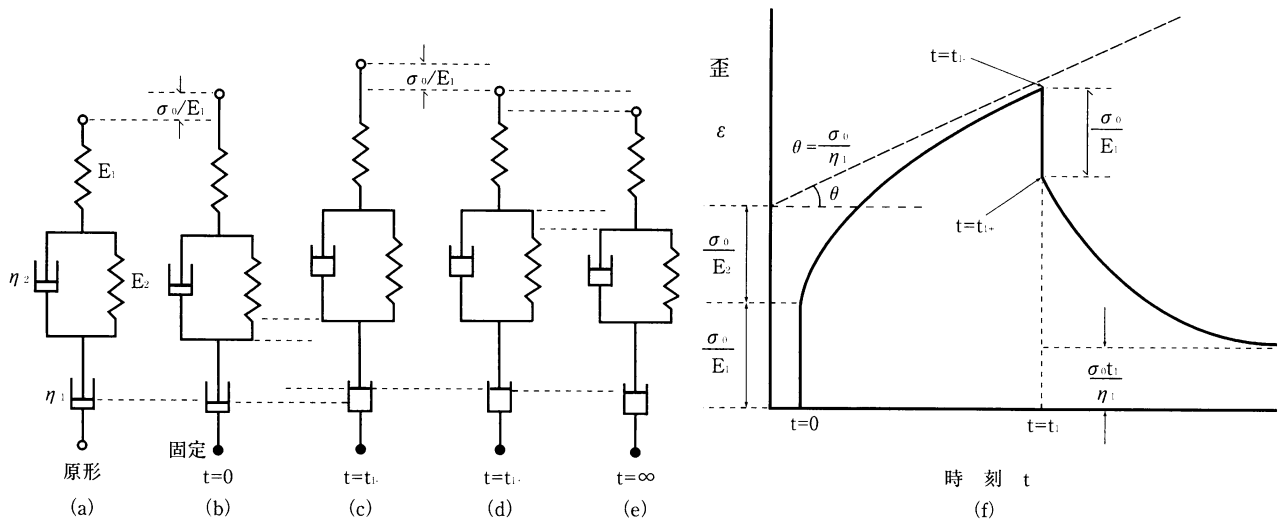


5. 三要素モデル, 四要素モデル

バネとダッシュポットを三つ以上使用したモデルは、その組合せにより色々な形ができる。図-6にいくつかの例を示したが、アスファルトの性質を近似するには少なくとも四要素以上必要であると一般に言われている。

そこで図-6の例のうち、一番よく使用される(d)の四要素モデルについて考察していくことにする。なお、三要素モデルの(a)(b)はそれぞれ

図-7 四要素モデルのクリープ



れ、(d)において $E_1$ のバネ、 $\eta_1$ のダッシュポットが、消滅したモデルとみなすことができる。すなわち、(d)の挙動がわかれば(a)(b)はその特殊な場合として簡単に考察できるわけである。また(d)のモデルは、これまで述べてきたマクスウエルモデルとフォークトモデルを直列につないだものである。したがって、表-1にまとめた両者の特徴を兼ね備えた動き方をすることは当然予想されることであろう。

(1) 一定応力を与えた場合

図-7(a)のモデルにいま時刻 $t=0$ で一定応力 $\sigma_0$ を与えると、マクスウエルモデルの部分(マクスウエル要素という)のバネは、瞬間的に $\epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_1}$ だけ伸びるが、ダッシュポット $\eta_1$ とフォークト要素は伸びることができない(b)。しかし時刻が移ると $\eta_2$ もフォークト要素も伸びはじめ $t=t_1$ では、 $E_1$ 、 $\eta_1$ とフォークト要素の伸びの合計が $\epsilon$ としてあらわれる(c)。この場合、フォークト要素の伸びは一定値 $\frac{\sigma_0}{E_2}$ に限りなく近づくが、 $\eta_1$ は応力が働いているかぎり伸び続けるので全体の伸びは、(f)図の点線で示した斜線に漸近していくのである。

時刻 $t_1$ で一定応力 $\sigma_0$ を取り去ると次の瞬間( $t=t_1$ )、 $E_1$ のバネはもとにもどる。時刻が移るとフォークト要素がもとにもどりはじめ、無限時間後には、 $\eta_1$ による永久変形 $\frac{\sigma_0 t_1}{\eta_1}$ だけが残ることになる。以上のよう、この四要素モデルでは、瞬間弾性、クリープ、クリープ回復等の現象が含まれる。

(2) 一定歪の場合

このモデルに一定歪 $\epsilon_0$ を与えると、まずマクスウ

エル要素の瞬間弾性により応力 $\sigma_0 = E \epsilon_0$ があらわれる。フォークト要素は瞬間的な歪にはついていけないが、マクスウエル要素のバネ $E_1$ に引っぱられているため、一旦は伸びるが( $\eta_1 > \eta_2$ の場合)、 $E_1$ の応力は $\eta_1$ によって次第に緩和されるため、フォークト要素にかかる応力も減少し、最終的にはもとの状態にもどってしまう。したがって、応力が完全に緩和された後には $\eta_1$ の変形量 $\epsilon_0$ だけが残ることになる。

以上、四要素モデルの概要を説明したが、アスファルトの性質とこのモデルがどのように結びつくのか、次に考えてみよう。アスファルトの力学的特徴は温度と歪速度に対して敏感なことにあることは、これまでたびたび述べた。まず温度についてモデルにあてはめると温度が非常に高ければ $\eta_1$ 、 $\eta_2$ は小さくなる。外力がかかるとバネの変形よりもダッシュポットの変形がはるかに大きくなるが、 $\eta_2$ は $E_2$ によって拘束されているため、主に $\eta_1$ が全体の変形を支配する。すなわち、粘性流動が支配的になるわけである。これはアスファルトが高温では粘性流体としてあつかえることと対応している。逆に温度が低い場合は、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ は非常に大きくなってダッシュポットが容易に変形しないため、バネの変形が全体を支配する。この場合は、 $\eta_2$ が $E_2$ の変形を拘束するため、 $E_1$ の変形が主体となる。すなわち弾性変形である。これはアスファルトが低温では弾性体に近い挙動をすることと一致しているわけである。この両者の中間の温度では $E_1$ 、 $E_2$ 、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ が同じように変形に対して寄与するため、粘性流動と弾性変形の両者を兼ね備えた挙動をすることになる。一方、歪速度について考えてみると、歪速度が非常に速い場合は、ダッシュポットの粘性抵抗が大きいいため、変形は無視できる程小さく、全体

の変形は主としてマックスウェル要素のバネによって支配される。これは低温での現象と一致する。また、歪速度が非常に小さい場合は、粘性抵抗が小さいため、マックスウェル要素のダッシュポットの変形が主となる。すなわち、これは高温の場合に相当する。中間の歪速度ではフォークト要素が変形に寄与するため、中間温度の場合と同じく複雑な粘弾性現象を呈することになる。歪速度によるこのような変化がアスファルトの挙動と一致することはいうまでもない。

以上の考察のなかで、歪速度が速い場合は、低温での挙動に相当し、歪速度の遅い場合は高温での現象に相当することを示した。すなわち、アスファルトのような粘弾性材料に対しては、歪速度と温度はかなり密接な関係があるのである。これは有名な「時間温度換算法則」と呼ばれるものにつながるわけであるがこの法則については、後に稿を改めて紹介したいと思う。

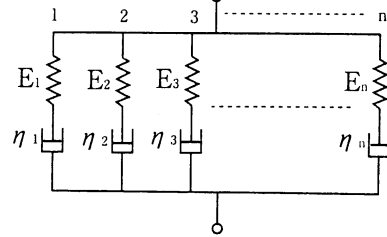
次にEと $\eta$ の関係であるが高温ではEが $\eta$ に比べて非常に小さく、低温では $\eta$ が非常に大きいことをもとにして考察を進めてきた。すなわちモデルで言えば $\frac{\eta_1}{E_1}, \frac{\eta_2}{E_2}$ が変形を左右したわけである。これらはそれぞれ、緩和時間 $\tau_M$ 、遅延時間 $\tau_F$ に相当する。一方、歪速度では実験における観測時間 $t$ が問題になるが、式(11)、(24)に見られるとおり、応力緩和、クリープ共、それぞれ $e^{-\frac{t}{\tau_M}}$ 、 $e^{-\frac{t}{\tau_F}}$ 項が含まれる。すなわち、目的とする観測時間 $t$ と $\tau_M$ 、 $\tau_F$ の比が全体を左右することになる。

以上のように考えてくると、緩和時間、遅延時間が持つ意味の重要性がわかるであろう。線形粘弾性論はこれらの $\tau_M$ 、 $\tau_F$ を中心に展開されるのである。

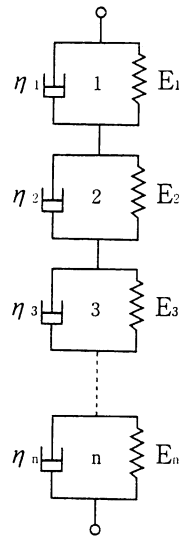
## 6. 一般化モデルとモデルの限界

普通の粘弾性現象は四要素モデルでほぼあらわせると言われているが、それでもアスファルトの力学的性質と完全に一致するというわけにはいかない。しかし、だからと言ってモデルが悪いと決めつけるのは、親が子供に買った洋服の寸法が合わないからといって子供を叱るようなもので、筋ちがいもはなはだしいことである。近似度をよくするには要素の数をふやせばよく、五要素六要素とふえるごとに近似度はよくなっていく。この極端な例が一般化モデルである。図-8(a)(b)に一般化マックスウェルモデルと、一般化フォークトモデルを示した。一般化マックスウェルモデルは、マックスウェルモデルを $n$ 個並列にならべたもので、2番目以下を消去すればマックスウェルモデルになり3番目以下を消去すれば図-6(d)のモデルになる。また一般化フォークトモデルはフォークトモデルを $n$ 個直列にならべたもので2番目

図-8 一般化モデル



(a) 一般化マックスウェルモデル



(b) 一般化フォークトモデル

以下を消去すればフォークトモデルになり、 $\eta_1$ 、 $E_3$ と4番目以下を消去すれば、図-6(c)のモデルになることは言うまでもない。つまり、例にあげた二要素、四要素モデルは一般化モデルの特殊な場合に相当するわけである。このように要素の数をふやせば限りなく実験値に近づけることはできるが、ここで注意しなければならないのは、それだけ未知数が多くなるということ、ちょうど実験で得た曲線を複雑な数式で近似するようなことになり、モデルの特徴を失ってしまうということである。モデルで考察する利点は、直感的に変形の様子を知れることであり、また簡単な方程式で書きあらわせるということにある。したがって、いくら近似度が良くなっても直感的にわからず数式も複雑になってしまえば意味がない。アスファルトの場合も四要素モデルがせいじっばいであろうと筆者は考えている。ここにモデル理論の限界があるわけであるが、これを解決する方法として、またモデル理論の発展として登場したのが、緩和時間、遅延時間の分布を基礎概念とした線形粘弾性論なのである。これについては、アスファルト混合物の項で詳しく紹介したいと思う。

## 7. あとがき

実際のアスファルト舗装を施工するにあたっては、このような粘弾性現象をとらえてアスファルトの品質を云々するのは手間がかかりすぎる。そこでアスファルト舗装要綱では、これらの現象を簡単にとらえられるような試験をもとにアスファルトの品質を規定している。これが規格試験と呼ばれるもので、次回以後の考察対象となる。